

24III T: Funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$, jej wykres i własności. (proporcjonalność odwrotna)

Dziedziną tej funkcji jest zbiór $R \setminus \{0\}$.

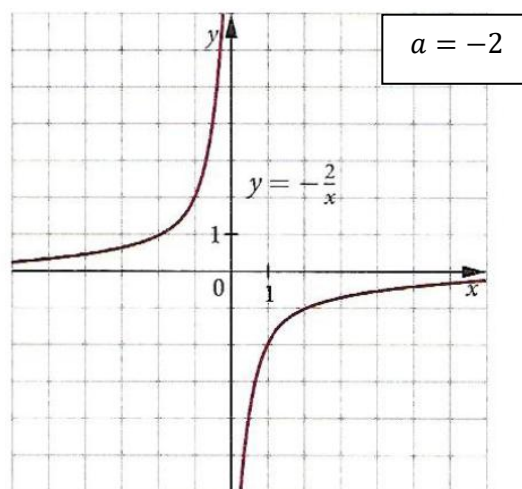
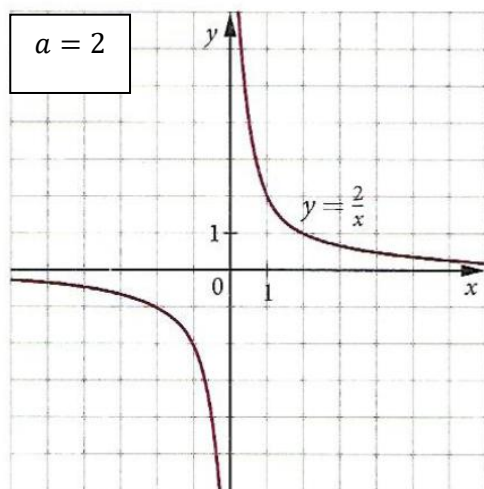
Aby narysować wykres takiej funkcji sporządzamy tabelkę częściową, wybieramy kilka argumentów ujemnych oraz dodatnich i obliczamy ze wzoru wartości dla tych argumentów. Następnie z tabelki odczytujemy współrzędne (x, y) punktów należących do wykresu, zaznaczamy je w układzie współrzędnych i kreślimy linie przechodzące przez te punkty.

Narysujemy wykresy funkcji $f(x) = \frac{2}{x}$ i $g(x) = -\frac{2}{x}$.

Rozwiązanie

x	-100	-8	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	1	2	4
$f(x) = \frac{2}{x}$	$-\frac{1}{50}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	20	2	1	$\frac{1}{2}$

Zauważmy, że tabela dla funkcji g wygląda bardzo podobnie, tylko wartość funkcji g dla danego argumentu jest liczbą przeciwną do wartości funkcji f dla tego samego argumentu.



Wykres nazywamy **hiperbolą**

Jeśli $a > 0$, to hiperbola znajduje się w I i III ćwiartce układu współrzędnych, jeśli $a < 0$, to w II i IV.

Punkty wykresu zbliżają się do osi x i y . Mówimy że oś x jest **asymptotą poziomą**, a oś y – **asymptotą pionową**.

Zadanie do wykonania

Narysuj wykresy funkcji i podaj ich własności

a) $f(x) = \frac{1}{x}$ b) $f(x) = \frac{-3}{x}$

26III T: Proporcjonalność odwrotna- zadania

Przykład

Dla jakiego a wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ przechodzi przez punkt $A = \left(\frac{1}{3}, -4\right)$

Punkt A należy do wykresu, więc $f\left(\frac{1}{3}\right) = -4$

$$\frac{a}{\frac{1}{3}} = -4 \quad \text{stąd} \quad a = \frac{1}{3} \cdot (-4) = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$$

Zadanie do wykonania

9.12. Dla jakiej wartości a wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ przechodzi przez dany punkt?

a) $A = (1, 2)$ d) $D = \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right)$

b) $B = (-3, -4)$ e) $E = \left(\frac{1}{8}, 2\right)$

c) $C = \left(2, \frac{1}{2}\right)$ f) $F = (0, 3)$