

Temat: Wartość najmniejsza i największa funkcji kwadratowej.

Jeśli szukamy wartości największej i najmniejszej funkcji kwadratowej, której $D \in R$

- 1) Jeśli ramiona są skierowane w górę, to funkcja nie posiada wartości największej, a jej wartość najmniejsza to współrzędna y (oznaczana jako q) wierzchołka dla $x=p$, współrzędne wierzchołka oznaczamy jako $W=(p, q)$
- 2) Jeśli ramiona są skierowane w dół, to funkcja nie posiada wartości najmniejszej, a jej wartość największa to współrzędna y (oznaczana jako q) wierzchołka dla $x=p$, współrzędne wierzchołka oznaczamy jako $W=(p, q)$
- 3) Możemy również obliczać wartość największą i najmniejszą w przedziale zamkniętym (przykład poniżej).

Znajdź najmniejszą i największą wartość funkcji

$$y = -x^2 + 2x + 2$$

na przedziale $\langle -1, 4 \rangle$.

Rozwiązanie:

Znajdę wartości funkcji na krańcach przedziału:

$$x = -1 \quad y = -(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 2 = -1 - 2 + 2 = -1 \quad A(-1, -1)$$

$$x = 4 \quad y = -4^2 + 2 \cdot 4 + 2 = -16 + 8 + 2 = -6 \quad B(4, -6)$$

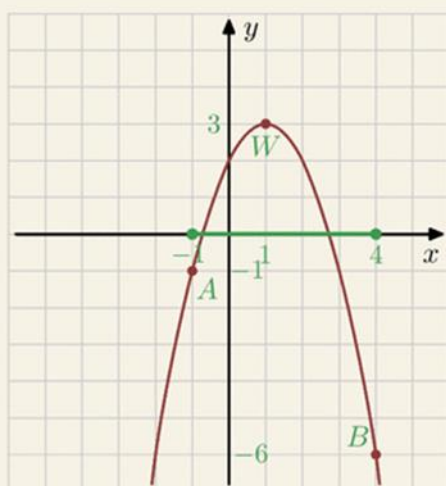
Znajdę współrzędne wierzchołka wykresu funkcji.

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 2 = 4 + 8 = 12 \gg$$

$$x_w = \frac{-2}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2}{-2} = 1 \quad y_w = \frac{-12}{4 \cdot (-1)} = \frac{-12}{-4} = 3$$

$$W(1, 3)$$

Rysuję przybliżony wykres funkcji na podstawie punktów $A(-1, -1)$ $B(4, -6)$ $W(1, 3)$.



Z wykresu odczytuję, że w przedziale $\langle -1, 4 \rangle$:

- najmniejsza wartość $y_{min} = -6$ dla $x = 4$
- największa wartość $y_{max} = 3$ dla $x = 1$

Znajdź najmniejszą i największą wartość funkcji

$$y = x^2 + 4x - 2$$

na przedziale $\langle -1, 1 \rangle$.

Rozwiązanie:

Znajduję wartości funkcji na krańcach przedziału:

$$x = -1 \quad y = (-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 2 = 1 - 4 - 2 = -5 \quad A(-1, -5)$$

$$x = 1 \quad y = 1^2 + 4 \cdot 1 - 2 = 1 + 4 - 2 = 3 \quad B(1, 3)$$

Znajduję współrzędne wierzchołka wykresu funkcji.

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 16 + 8 = 24 \gg$$

$$x_w = \frac{-4}{2 \cdot 1} = \frac{-4}{2} = -2 \quad y_w = \frac{-24}{4 \cdot 1} = \frac{-24}{4} = -6$$

$$W(-2, -6)$$

Rysuję przybliżony wykres funkcji na podstawie punktów $A(-1, -5)$ $B(1, 3)$ $W(-2, -6)$.



Z wykresu odczytuję, że w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$:

- najmniejsza wartość $y_{min} = -5$ dla $x = -1$

- największa wartość $y_{max} = 3$ dla $x = 1$

Więcej przykładów na <http://matematyka.pisz.pl/strona/1683.html>