

4 BLO – MATEMATYKA

Zagadnienia do opracowania:

1. Funkcje wykładnicze:
 - Szkicowanie wykresu
 - Własności
 - Przesunięcia i przekształcenia funkcji wykładniczych.
2. Logarytmy - obliczanie .
3. Własności logarytmów :
 - Dodawanie logarytmów o wspólnej podstawie
 - Odejmowanie logarytmów o wspólnej podstawie
 - Logarytm w wykładniku potęgi

Powyżej wypisałam zagadnienia, które należy opracować w domu.

Zagadnienia te są omówione w podręczniku "Prosto do matury 2" NOWA ERA.

Oprócz tego są bardzo dobrze opracowane na stronie matematyka.pl Znajduje się tam teoria, przykładowe zadania, filmy przedstawiające jak krok po kroku rozwiązywać zadania, lekcje wideo oraz zadania do wykonania. Poniżej podaje linki do każdego z zagadnień:

1. <https://www.matemaks.pl/funkcja-wykladnicza.html>
2. <https://www.matemaks.pl/logarytmy.html>

Zadania do wykonania w domu:

FUNKCJA WYKŁADNICZA

ZADANIA

1. Oblicz wartości funkcji f dla $x \in \{-4, -3, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 3, 4\}$.
a) $f(x) = 3^x$ b) $f(x) = 4^x$ c) $f(x) = (\frac{1}{4})^x$ d) $f(x) = (\frac{1}{2})^x$
2. Punkt $P(2, 16)$ należy do wykresu funkcji $f(x) = a^x$. Czy punkt Q też należy do wykresu funkcji f ?
a) $Q(\frac{1}{2}, 2)$ b) $Q(5, 1024)$ c) $Q(-3, \frac{1}{16})$ d) $Q(-\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$
3. Punkt $P(2, 2)$ należy do wykresu funkcji $f(x) = a^x$. Czy punkt Q też należy do wykresu funkcji f ?
a) $Q(1, 1)$ b) $Q(4, 4)$ c) $Q(8, 8)$ d) $Q(-8, \frac{1}{16})$
4. Do wykresu funkcji wykładniczej $y = a^x$ należy punkt M . Naskicuj ten wykres.
a) $M(2, \frac{1}{9})$ b) $M(-3, 8)$ c) $M(\frac{1}{2}, 2)$ d) $M(3, 3\frac{3}{8})$

POWTÓRZENIE

1. Naskicuj w tym samym układzie współrzędnych wykresy funkcji f i g . Odczytaj z rysunku rozwiązanie równania $f(x) = g(x)$.
a) $f(x) = 3^x$, $g(x) = (\frac{1}{3})^x$ b) $f(x) = 4^x$, $g(x) = (\frac{1}{2})^x$
2. Zapisz liczby w kolejności od najmniejszej do największej.
a) $2^{\frac{3}{2}}$, $2^{\frac{7}{2}}$, $2^{\sqrt{2}}$, $2^{\sqrt{3}}$ c) $\sqrt[3]{\pi}$, $\pi^{\frac{1}{2}}$, $\pi^{\frac{3}{7}}$, $\pi^{\frac{1}{7}}$
b) $(\frac{3}{4})^5$, $(\frac{3}{4})^6$, $(\frac{3}{4})^{2\sqrt{6}}$, $(\frac{3}{4})^{\sqrt{26}}$ d) 9^0 , 9^{-2} , $9^{-\sqrt{3}}$, $9^{-\sqrt{\pi}}$

PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESU FUNKCJI WYKŁADNICZEJ

ZADANIA

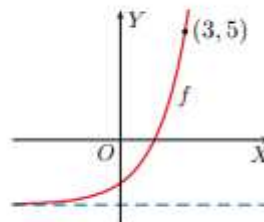
1. Naskicuj wykres funkcji f . Podaj zbiór wartości i miejsce zerowe funkcji f oraz równanie asymptoty poziomej jej wykresu.

a) $f(x) = 2^x + 2$ c) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ e) $f(x) = 4^{-x} - 4$
b) $f(x) = 3^x - 1$ d) $f(x) = 3^{-x} + 1$ f) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3$

2. Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $f(x) = 2^x + a$. Podaj wartość współczynnika a .

3. Podaj wartość współczynnika a , jeśli wykres funkcji $f(x) = 2^x + a$ przechodzi przez punkt:

a) $P(0, -3)$, b) $P(2, 7)$, c) $P(4, 0)$.



4. Jak należy przekształcić wykres funkcji $f(x) = 2^x$, aby otrzymać wykres funkcji g ?

a) $g(x) = \frac{2^x}{16}$ b) $g(x) = \frac{2^x}{1024}$ c) $g(x) = 8 \cdot 2^x$ d) $g(x) = \sqrt{2} \cdot 2^x$

5. Naskicuj wykres funkcji f i podaj zbiór rozwiązań nierówności $f(x) \geq 1$.

a) $f(x) = 2^{x-1}$ c) $f(x) = 4 \cdot 2^x$ e) $f(x) = \frac{27}{3^x}$
b) $f(x) = 2^{x+3}$ d) $f(x) = \frac{2^x}{8}$ f) $f(x) = \frac{0,04}{5^x}$

6. Naskicuj wykres funkcji f i podaj zbiór rozwiązań nierówności $f(x) \geq -1$.

a) $f(x) = -2^{x-2}$ b) $f(x) = -3^{x+1}$ c) $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3}$

LOGARYTMY

1. Oblicz.

- | | | | |
|----------------------------|----------------------------|--------------------------------|--------------------------|
| a) $\log_2 64$ | e) $\log_2 0,125$ | i) $\log_4 \frac{1}{\sqrt{2}}$ | m) $\log_3 \sqrt{27}$ |
| b) $\log_2 512$ | f) $\log_4 2$ | j) $\log_{\sqrt{2}} 4$ | n) $\log_3 \frac{1}{81}$ |
| c) $\log_2 0,25$ | g) $\log_4 8$ | k) $\log_{\sqrt{2}} 32$ | o) $\log_5 625$ |
| d) $\log_2 \frac{1}{1024}$ | h) $\log_4 \frac{1}{1024}$ | l) $\log_3 \sqrt{3}$ | p) $\log_5 0,04$ |

2. Oblicz.

- | | | | |
|---------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\log_{\frac{1}{3}} 3$ | c) $\log_{0,5} \frac{1}{128}$ | e) $\log_{0,2} 125$ | g) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$ |
| b) $\log_{0,1} 10^6$ | d) $\log_{0,25} 16$ | f) $\log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{216}$ | h) $\log_{\frac{1}{2}} 2\sqrt{2}$ |

3. Oblicz podstawę logarytmu.

- a) $\log_a 25 = 2$ b) $\log_a \frac{1}{8} = 3$ c) $\log_a 0,25 = -1$ d) $\log_a 64 = -3$

4. Dla jakiej liczby b podana równość jest prawdziwa?

- | | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|---|----------------------|
| a) $\log_2 b = 5$ | c) $\log_{27} b = \frac{2}{3}$ | e) $\log_{\frac{1}{16}} b = -\frac{3}{4}$ | g) $\log_{10} b = 6$ |
| b) $\log_{\frac{1}{2}} b = -1$ | d) $\log_7 b = 0$ | f) $\log_{\sqrt{2}} b = -6$ | h) $\log_8 b = -1$ |

5. Przeczytaj podany w ramce przykład.

Przykład

Rozwiązaniem równania $2^x = 8$ jest liczba 3. Zauważ, że zgodnie z definicją logarytmu $x = \log_2 8$.

Zapisz rozwiązanie równania jako logarytm pewnej liczby.

- a) $2^x = 16$ b) $2^x = 1024$ c) $3^x = 3$ d) $3^x = 81$

6. Zapisz rozwiązanie równania jako logarytm pewnej liczby.

- a) $2^x = 15$ b) $2^x = 1000$ c) $3^x = 5$ d) $5^x = 80$

WŁASNOŚCI LOGARYTMÓW

Ćwiczenie 3

Oblicz.

- | | | |
|---------------------------|---|--|
| a) $\log_6 4 + \log_6 9$ | d) $\log_5 15 - \log_5 75$ | g) $\log_5 0,04 - \log_5 0,008$ |
| b) $\log 8 + \log 125$ | e) $\log_7 19 - \log_7 \frac{19}{49}$ | h) $\log 6 - \log 2 - \log 3$ |
| c) $\log_3 54 - \log_3 2$ | f) $\log_{\frac{1}{2}} 0,6 - \log_{\frac{1}{2}} 0,15$ | i) $\log \frac{7}{4} - \log 14 - \log 125$ |

Przykład 3

Przedstaw wyrażenie $3 + \log_2 7$ w postaci logarytmu o podstawie 2.

$$\begin{aligned} 3 + \log_2 7 &= \log_2 8 + \log_2 7 = && \text{zapisujemy 3 jako } \log_2 8 \\ &= \log_2 (8 \cdot 7) = \log_2 56 && \text{korzystamy z twierdzenia} \\ &&& \text{o logarytmie iloczynu} \end{aligned}$$

Ćwiczenie 4

Przedstaw wyrażenie w postaci logarytmu pewnej liczby.

- a) $2 + \log_3 5$ b) $\log_2 10 - 1$ c) $\log_{\frac{1}{2}} 6 - 2$ d) $4 - \log_3 36$

ZADANIA

1. Oblicz.

- a) $\log_{12} 2 + \log_{12} 8 + \log_{12} 9$ c) $\log 0,12 - \log 0,3 + \log 25$
b) $\log_3 \frac{1}{12} + \log_3 \frac{14}{15} + \log_3 \frac{10}{21}$ d) $\log_{0,2} 0,3 - \log_{0,2} 0,5 - \log_{0,2} 15$

2. Oblicz przybliżoną wartość logarytmu, jeśli $\log 5 \approx 0,7$.

- a) $\log 50$ b) $\log 500$ c) $\log 0,05$ d) $\log \frac{1}{5}$

3. Oblicz przybliżoną wartość logarytmu, jeśli $\log_2 7 \approx 2,8$.

- a) $\log_2 14$ b) $\log_2 28$ c) $\log_2 3,5$ d) $\log_2 \frac{7}{4}$

4. Oblicz przybliżoną wartość logarytmu, jeśli $\log_5 2 \approx 0,43$, $\log_5 7 \approx 1,21$.

- a) $\log_5 14$ b) $\log_5 70$ c) $\log_5 0,4$ d) $\log_5 0,7$

5. Zapisz liczbę p w postaci $\log_a b$.

- a) $p = \log_2 5 + \log_2 6$ b) $p = \log_3 8 - \log_3 2$ c) $p = 1 + \log_4 3$

POWTÓRZENIE

1. Oblicz.

- a) $\log_4 2 + \log_4 8$ c) $\log_{\frac{1}{8}} 3 + \log_{\frac{1}{6}} 2$ e) $\log_{15} 3 + \log_{15} 5$
b) $\log 2 + \log 50$ d) $\log_{0,1} 0,2 + \log_{0,1} 0,5$ f) $\log_{20} 100 + \log_{20} 4$

2. Oblicz.

- a) $\log_4 12 - \log_4 3$ b) $\log_6 72 - \log_6 2$ c) $\log_{\frac{1}{2}} 3,5 - \log_{\frac{1}{2}} 7$

Aleksandra Lewczuk