5 ALO – MATEMATYKA (26.05-04.06)

Zagadnienia do opracowania:

1. **Statystyka:**

   - **Średnia arytmetyczna**
   - **Średnai ważona**
   - **Mediana, dominanta**
   - **Odchylenie standardowe**

Proszę zapoznać się z materiałem zamieszczonym na epodręczniki:

https://epodreczniki.pl/b/wstep-do-statystyki---podstawowe-pojecia/Pv2P9UfK0

TEORIA:

2.1. Średnia arytmetyczna

Przykład 1

W tabeli podano, ile punktów zdobyli w sześciu kolejnych meczach dwaj zawodnicy A i B, grający w szkolnej drużynie koszykówki.

A	8	18	10	20	16	12
B	24	18	4	0	0	2

Średnia liczba punktów zdobytych przez zawodnika A:

$$\frac{8+18+10+20+16+12}{6}=14$$

a przez zawodnika B:

$$\frac{24+18+4+0+0+2}{6}=8$$

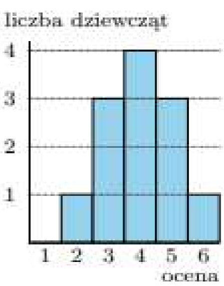
DEFINICJA

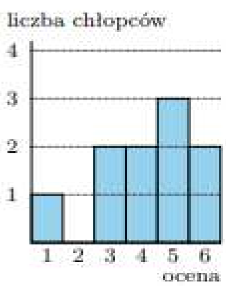
Średnią arytmetyczną liczb: $x_1, x_2, \ldots, x_n$ nazywamy liczbę:

$$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}$$

Zadanie 1

Na diagramach przedstawiono zestawienia ocen semestralnych z biologii w pewnej klasie (z podziałem na dziewczęta i chłopców). Oblicz średnie ocen z biologii dla grupy dziewcząt, grupy chłopców oraz dla całej klasy.





Teoria:

2.2. Mediana i dominanta

Niektóre dane lepiej od średniej arytmetycznej charakteryzuje wartość środkowa – **mediana**. W celu jej wyznaczenia porządkujemy dane od wartości najmniejszej do największej, na przykład:

1, 2, 2, $\boxed{2}$, 5, 5, 6 – medianą jest liczba 2,

−3, 0, 0, 2, $\boxed{7}$, 9, 11, 13, 17 – medianą jest liczba 7.

Medianą nieparzystej liczby danych jest wartość środkowa. W przypadku parzystej liczby danych medianą jest średnia arytmetyczna dwóch sąsiednich wartości środkowych, na przykład:

1, 2, $\boxed{3}$, $\boxed{8}$, 9, 14 – mediana jest równa $\frac{3+8}{2} = 5{,}5$.

Zauważ, że mediana dzieli dane na dwie równoliczne grupy. Dane w jednej grupie są od niej mniejsze lub równe, dane w drugiej – większe lub równe.

Kolejną wielkością przydatną podczas analizy danych jest **dominanta** – wartość, która występuje wśród danych najczęściej (dominanta bywa również nazywana wartością modalną lub modą).

Na przykład dla liczb: 1, 1, 2, 2, 2, 3, 5, 5, 6 dominantą jest liczba 2.

Jeśli w zestawie danych kilka liczb występuje z tą samą, najwyższą częstością, to przyjmujemy, że każda z tych liczb jest dominantą. Jeżeli natomiast wszystkie liczby występują tak samo często, to przyjmujemy, że nie ma dominanty.

Zadanie 2

Wyznacz medianę danych liczb.

a) 1, 2, 3, 100, 1000

b) 6, 7, 8, 105, 1005

c) 7, 7, 8, 11, 20, 7

d) 20, 8, 7, 11, 7, 7

Zadanie 3

Sprzedawca zanotował rozmiary butów męskich, które sprzedał pewnego dnia: 42, 44, 41, 42, 43, 42, 44, 42, 45, 43, 45, 46. Wyznacz medianę i dominantę tych danych. Który rozmiar butów sprzedawał się najlepiej?

Zadanie 4

Nauczyciel biologii zrobił zestawienie wyników trzech sprawdzianów przeprowadzonych w dwudziestoosobowej klasie (tabela obok). Po kolejnym sprawdzianie dopisał do niego nowe oceny. Wyznacz dominantę i medianę ocen w nowym zestawieniu, jeśli z tego sprawdzianu:

Ocena	1	2	3	4	5	6
Liczba ocen	4	10	23	2	19	2

a) wszyscy uczniowie otrzymali ocenę dobrą,

b) połowa uczniów otrzymała ocenę bardzo dobrą, a pozostali – niedostateczną?

Teoria:

2.3. Odchylenie standardowe

DEFINICJA

Wariancją liczb: $x_1, x_2, \ldots, x_n$ nazywamy liczbę:

$$\frac{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2}{n}$$

gdzie $\overline{x}$ jest średnią arytmetyczną liczb: $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Odchyleniem standardowym liczb: $x_1, x_2, \ldots, x_n$ nazywamy liczbę σ określoną za pomocą wzoru:

$$\sigma=\sqrt{\frac{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2}{n}}$$

Uwaga. Wariancja jest równa σ^2 i jest w ten sposób oznaczana.

Zadanie 5

Oblicz wariancję i odchylenie standardowe danych:

a) 4, 5, 6, 7, 8; b) 3, 6, 6, 6, 9; c) 8, 12, 13, 13, 14.

2.4. Średnia ważona

Przykład 1

Podczas egzaminu z języka obcego wypowiedź studenta oceniano w dwóch kategoriach: x_1 – ocena za umiejętność komunikacji, x_2 – ocena za poprawność gramatyczną. Ostateczną ocenę z egzaminu ustalano, korzystając ze wzoru:

$$\frac{3x_1 + x_2}{3+1}$$

W ten sposób zwiększono znaczenie (wagę) oceny za umiejętność komunikacji w stosunku do oceny za poprawność gramatyczną. W tabeli podano oceny, które otrzymali Marek i Tomek.

	x_1	x_2	$\frac{3x_1+x_2}{4}$	Ocena z egzaminu
Marek	6	2	$\frac{3\cdot 6+2}{4} = \frac{20}{4}$	5,0
Tomek	3	5	$\frac{3\cdot 3+5}{4} = \frac{14}{4}$	3,5

W powyższym przykładzie obliczyliśmy **średnią ważoną**.

DEFINICJA

Średnią ważoną liczb: $x_1, x_2, \ldots, x_k$ z odpowiadającymi im wagami: $n_1, n_2, \ldots, n_k$, będącymi liczbami dodatnimi, określamy wzorem:

$$\overline{x}_w = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_kx_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}$$

Zadanie 6:

Uczestnikom kursu języka angielskiego wystawiono oceny za cztery umiejętności: x_1 – za rozumienie ze słuchu, x_2 – za rozumienie tekstu pisanego, x_3 – za wypowiedzi pisemne, x_4 – za wypowiedzi ustne. Aby wystawić ocenę końcową, postanowiono obliczyć średnią ważoną z następującymi wagami: $n_1 = 1$, $n_2 = 2$, $n_3 = 4$, $n_4 = 3$.

	x_1	x_2	x_3	x_4	Ocena końcowa
Asia	4	5	3	4	
Basia	6	5	2	4	
Kasia	2	6	5	4	

a) Oblicz końcowe oceny Basi i Kasi.

b) Czy gdyby przyjęto $n_1 = 4$, a pozostałe wagi zostawiono bez zmian, to Basia miałaby wyższą ocenę końcową od swoich koleżanek?

W razie jakichkolwiek pytań do zadań proszę o kontakt online. Rozwiązania zadań proszę wysłać na maila: alewczuk@cku.waw.pl

Aleksandra Lewczuk